# TD 5. Primitives.

**Exercice 1.** Calculer les intégrales ou primitives demandées. Lorsqu'il s'agit d'une primitive, on précisera le ou les intervalles de recherche.

**1°)** $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x^3}{(1+x^4)^2}\,\mathrm{d}x$

**2°)** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\operatorname{Arcsin} x}{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$

**3°)** $I = \displaystyle\int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,\mathrm{d}x$

**4°)** Primitives de $x \mapsto \operatorname{Arctan}(x)$

**5°)** $I = \displaystyle\int_0^1 \ln(1+x^2)\,\mathrm{d}x$

**6°)** $I = \displaystyle\int_0^1 (2t^2 - t + 1)e^{-t}\,\mathrm{d}t$

**7°)** $I = \displaystyle\int_0^2 \cos x \operatorname{sh} x\,\mathrm{d}x$

**8°)** $I = \displaystyle\int_0^3 xe^x \cos x\,\mathrm{d}x$

**9°)** $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x + x(\ln x)^2}\,\mathrm{d}x$

**10°)** Primitives de $x \mapsto \dfrac{e^x}{\operatorname{ch} x + 1}$

**11°)** Primitives de $x \mapsto \dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}$

**12°)** Primitives de $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+2x-3}$

**13°)** $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)(x+2)}\,\mathrm{d}x$

**14°)** $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2+x+1}\,\mathrm{d}x$

**15°)** Primitives de $x \mapsto \dfrac{x}{x^2+4x+5}$

**16°)** Primitives de $x \mapsto \sin^3 x \cos^2 x$ (trouver deux méthodes)

**17°)** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan u}{1+\cos u}\,\mathrm{d}u$

**18°)** Primitives de $x \mapsto \dfrac{1}{\cos x}$

**19°)** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2+\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta$

(changement de variable $t = \tan\frac{\theta}{2}$)

Trois autres en bonus :

**20°)** Primitives de $x \mapsto \dfrac{1}{x\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}$

**21°)** $I = \displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{4}} \sqrt{4x^2+4x+5}\,\mathrm{d}x$

(on remarquera pour finir le calcul que $\operatorname{sh}(\ln 2) = \frac{3}{4}$)

**22°)** $I = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{-4x^2+2x+1}}\,\mathrm{d}x$

**Exercice 2.** Calculer les intégrales $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}\,\mathrm{d}x$

**Exercice 3.** On pose : $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan x)\,\mathrm{d}x$.
En effectuant un changement de variables échangeant les bornes, calculer $I$.