Programme de la semaine 25 (du 14/04 au 20/04).

Espaces vectoriels de dimension finie

Reprise en insistant sur la fin.

Matrices, déterminants

- Matrice d'un vecteur de E de dim n dans une base donnée. Isomorphisme entre E et $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$.
- Matrice d'une famille de vecteurs de E de dim n dans une base donnée. Une matrice est la matrice de la famille de ses colonnes dans la base canonique. Lien inversibilité/base.
- Matrice d'une application linéaire dans des bases. Isomorphisme entre $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, dimension de $\mathcal{L}(E, F)$. Traduction matricielle de $y = u(x)$.
- Lien entre composition et produit matriciel, entre bijectivité et inversibilité.
- Matrices de passage, propriétés, formules de changement de base pour un vecteur, pour une application linéaire, cas d'un endomorphisme. Notion de matrices semblables.
- Noyau, image, rang d'une matrice. Propriétés, lien avec le rang d'une famille de vecteur, d'une application linéaire, d'un système, calcul pratique du rang (*attention : la notion de matrice échelonnée et de pivot n'est plus au programme*).

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Soit E un ev de dimension $n \in \mathbb{N}^*$, $(e_1, \dots, e_n)$ une base de E. Soit F un ev et $u \in \mathcal{L}(E, F)$. u injective ssi $(u(e_1), \dots, u(e_n))$ est libre.
- Lemme "Forme géométrique du théorème du rang"(cf poly).
- Soient E un $\mathbb{K}$-ev de dimension finie, $\mathcal{B}$ une base de E ; F un $\mathbb{K}$-ev de dimension finie, $\mathcal{C}$ une base de E, avec $\dim(E) = \dim(F)$.
  Soit $u \in \mathcal{L}(E, F)$. u est bijective ssi $\underset{\mathcal{B},\mathcal{C}}{\mathrm{mat}}(u)$ est inversible, et dans ce cas, expression de la matrice de la réciproque.

Semaine suivante de colle : Matrices, déterminants.