Programme de la semaine 20 (du 10/03 au 16/03).

Matrices

- Matrice de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Matrice nulle, matrices lignes, matrices colonnes, matrices carrées, diagonales, identité, triangulaires supérieures et inférieures.
- Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, transpositions, propriétés.
- Stabilité de l'ensemble des matrices carrées par $+$, ., $\times$. Puissances, formule du binôme. Stabilité des ensembles des matrices diagonales et triangulaires par $+$, ., $\times$, des ensembles des matrices symétriques et antisymétriques par $+$ et .
- Matrices carrées inversibles : définition, propriétés de base en particulier produit et transposition. Cas des matrices diagonales. Lien entre inversibilité et système : première méthode de calcul de l'inverse. Cas des matrices triangulaires. Deuxième méthode de calcul de l'inverse par l'algorithme du pivot simultanément sur la matrice identité.

Espaces vectoriels et applications linéaires

- Définition d'un espace vectoriel, exemples de référence ($\mathbb{K}$, $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}^\Omega$, $\mathbb{K}^\mathbb{N}$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$). Règles de calcul. Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs.
- Sous-espaces vectoriels : définition, caractérisation, c'est un ev. Exemples et contre-exemples. Notion de sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sev.
- Somme de deux sev, somme directe (définition : unicité de l'écriture d'un vecteur de $F+G$, caractérisation par la condition $F \cap G = \{0\}$), sev supplémentaires, caractérisation.
- Définition d'une application linéaire, propriétés, vocabulaire.
- Noyau et image d'une application linéaire ; ce sont des sev ; lien avec injectivité et surjectivité.
- Equation linéaire : définition, structure de l'ensemble des solutions, exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 (ou 2).
- Structure de $\mathbb{K}$-espace vectoriel de $\mathcal{L}(E,F)$. La composée de deux applications linéaires est linéaire, règles de calcul avec $\circ$, $+$, ., la réciproque d'un isomorphisme est linéaire, la composée de deux isomorphismes est un isomorphisme. Puissance d'endomorphisme.

Pas encore au programme : projections et symétries.

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Si A et B sont inversibles alors AB et A^T aussi, expression des inverses.
- Pour F et G des sev d'un $\mathbb{K}$-ev E, $F \cap G$ est un sev de E.
- Si $f \in \mathcal{L}(E,F)$, alors $\mathrm{Ker}(f)$ est un sev de E et $\mathrm{Im}(f)$ est un sev de F.
- Une application $f \in \mathcal{L}(E,F)$ est injective si et seulement si son noyau est $\{0\}$.

Semaine suivante de colle : Espaces vectoriels, applications linéaires, début des polynômes.