Programme de la semaine 17 (du 03/02 au 09/02).

Limites de fonctions, continuité

Reprise.

Dérivation

- Dérivabilité en un point. Caractérisation par l'existence d'un DL1. La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivabilité à gauche et à droite en un point. Dérivabilité sur un intervalle.
- Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient, composition, réciproque.
- Dérivées d'ordre supérieur à 1. Classe $\mathcal{C}^n$ et $\mathcal{C}^\infty$. Opérations : somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient, composition, réciproque, dérivées $n$ièmes de $f+g$, $\lambda.f$, fg.
- Définition d'un extremum local ou global. Théorème : si f est dérivable en a intérieur à l'intervalle de définition et que f admet un extremum en a, alors $f'(a)=0$.
- Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis.
- Inégalité des accroissements finis (énoncé pour une fonction f dérivable sur un intervalle I avec $|f'|$ majorée par k).
- Caractérisation des fonctions dérivables constantes/monotones/strictement monotones parmi les fonctions dérivables sur un intervalle.
- Théorème de la limite de la dérivée (si f est continue sur I, dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et si f' a une limite ℓ finie ou infinie en a, alors le taux d'accroissement de f en a admet aussi ℓ pour limite.)
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Si $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} b$ et si $g(y) \underset{y\to b}{\longrightarrow} \ell$ alors $g\circ f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell$: preuve dans le cas où a, b, ℓ sont finis.
- Le théorème sur les extrema.
- Théorème de Rolle.
- Pour f dérivable sur un intervalle I, preuve de : $f' \geq 0 \Longrightarrow f$ croissante.

Semaine suivante de colle : Dérivation, systèmes linéaires, matrices.