Programme de la semaine 13 (du 06/01 au 12/01).

Suites : tout le chapitre

Reprise, en particulier :

- Passage à la limite dans les inégalités larges. Théorème d'encadrement, de minoration/majoration.
- Théorèmes sur les limites d'une suite monotone.
- Suites adjacentes, théorème sur les suites adjacentes.
- Suites extraites : définition, si $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \ell \in \overline{\mathbb{R}}$ alors toute suite extraite a aussi ℓ pour limite. Si la suite des termes d'indices pairs et la suite des termes d'indices impairs ont même limite ℓ, alors la suite admet ℓ pour limite. Limite éventuelle de (q^n) pour $q \in \mathbb{R}$.
- Suites récurrentes simples : définition d'un intervalle stable, la limite est un point fixe quand la suite converge et que la fonction est continue. Etude d'exemples, aucune méthode générale n'est exigible ; les exercices doivent être guidés.
- Suites à valeurs complexes : définition d'une suite bornée. Définition de la convergence, traduction en terme de partie réelle et imaginaire ; conséquence sur la suite des modules ; une suite convergente est bornée. Opérations sur les limites. Convergence de q^n selon $q \in \mathbb{C}$.

Introduction aux développements limités

- Définitions de o pour les suites, en passant par le quotient. Exemples classiques à connaître ($(\ln n)^\alpha$; n^β ; a^n ; $n!$; Propriétés de base, liens avec la notion de limite. Adaptation de ces définitions et résultats sur les fonctions.
  La définition de l'équivalence est donnée uniquement pour traduire $u_n = v_n + o(v_n)$, et pour obtenir des informations en termes de limite ou de signe.
- Développements limités en 0 : définition, troncature. DL usuels en 0 : exp, ch, sh, cos, sin, tan (à l'ordre 3 seulement), $(1+x)^\alpha$, en particulier $\dfrac{1}{1+x}$ et $\sqrt{1+x}$, $\dfrac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, $\mathrm{Arctan}(x)$.
- Opérations sur les DL (pas de résultats généraux, vues sur des exemples) : somme, produit, inverse, quotient, composition, en 0
  Pas encore vus : DL en un x_0 non nul, applications : limites, asymptotes.

Questions de cours

Demander :

— $\boxed{\text{UN DL USUEL EN 0}}$

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Si u et v convergent respectivement vers des réels ℓ et ℓ', alors $u+v$ converge vers $\ell+\ell'$.
- Démonstration du théorème sur les suites adjacentes.
- Convergence de la suite $(q^n)_{n\in\mathbb{N}}$ avec $q \in \mathbb{C}$, en admettant le cas $q \in \mathbb{R}$.
- Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + u_n^2 \end{cases}$ Montrer que $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty$.

Semaine suivante de colle : Suites numériques, introduction aux développements limités, ensembles.