Programme de la semaine 9 (du 25/11 au 01/12).

Fin des nombres complexes

Reprise à partir des racines (équations de degré 2, racines $n$ièmes, exponentielle complexe, géométrie).

Calculs de primitives et d'intégrales

- Rappel : propriétés de base de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance, Chasles.
- Définition d'une primitive, description de l'ensemble des primitives sur un intervalle lorsqu'il en existe une. Théorème fondamental de l'analyse (si f continue sur un intervalle I et $a \in I$ alors$x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est une primitive de f sur I). Calcul d'une intégrale à l'aide d'une primitive.
- Outils de calcul : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable.
- Intégrale sur $[-a, a]$ d'une fonction paire, d'une fonction impaire ; sur $[a+T, b+T]$ et sur $[a, a+T]$ d'une fonction T-périodique.
- Savoir calculer des intégrales de la forme : $\int e^{ax}\cos(bx)\,\mathrm{d}x$ ou $\int e^{ax}\sin(bx)\,\mathrm{d}x$;
  $\int P(x)e^{ax}\,\mathrm{d}x$ ou $\int P(x)\cos(ax)\,\mathrm{d}x$ ou $\int P(x)\sin(ax)\,\mathrm{d}x$ avec P polynôme ;
  $\int \frac{1}{(x-a)^n}\,\mathrm{d}x$; $\int \frac{1}{x^2+a^2}\,\mathrm{d}x$; $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x-a)(x-b)}$ avec $a \neq b$; $\int \frac{\mathrm{d}x}{ax^2+bx+c}$ avec $\Delta < 0$.

Equations différentielles linéaires

- Pour les EDL1 et les EDL2 à coefficients constants :
  Structure de l'ensemble des solutions : solution particulière + solution générale de l'équation homogène associée. Principe de superposition des solutions.
- Ordre 1 : Résolution de l'équation homogène $y' + a(x)y = 0$. Méthode pour trouver une solution particulière : "solution évidente" ou méthode de variation de la constante. Existence et unicité d'une solution à un problème de Cauchy, interprétation en termes de courbes intégrales.
- Ordre 2 : Résolution de l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$, dans le cas complexe et dans le cas $\mathbb{R}$. Équation $ay'' + by' + cy = f(x)$: les élèves doivent savoir trouver une solution particulière lorsque f est un polynôme, lorsque $f(x) = Ae^{\alpha x}$, lorsque $f(x) = A\cos(\omega x)$ ou $A\sin(\omega x)$ (en passant par partie réelle ou imaginaire).

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

  - Résoudre $(z+1)^4 = z^4$ à l'aide des racines $n$ièmes de l'unité.
  - Changement de variable.
  - Ensemble des solutions d'une équation de la forme $y'(x) + a(x)y(x) = 0$, avec $a : I \to \mathbb{K}$ continue sur I intervalle.

Semaine suivante de colle : Équations différentielles, arithmétique, ensemble $\mathbb{R}$.