Programme de la semaine 8 (du 18/11 au 24/11).

Complexes

- Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes (construction non donnée), forme algébrique.
- Conjugué, module (en particulier, inégalité triangulaire avec condition d'égalité).
- Ensemble $\mathbb{U}$, définition de $e^{i\theta}$ pour $\theta \in \mathbb{R}$, propriétés et applications. Technique de l'angle moitié.
- Forme trigonométrique d'un complexe non nul, argument.
- Racines carrées d'un complexe non nul (méthode trigonométrique et méthode algébrique). Equations de degré 2 à coefficients complexes, relation coefficients-racines.
- Racines n-ième de l'unité : définition, description. Application à la recherche des racines n-ièmes d'un complexe non nul. Somme des racines n-ièmes de l'unité.
- Définition de e^z pour $z \in \mathbb{C}$, propriétés de base.
- Applications à la géométrie : traduction de l'alignement et de l'orthogonalité. Interprétation de quelques transformations.
- Fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes : définition de la continuité, de la dérivabilité, de l'intégrale, à partir des parties réelle et imaginaire. Dérivation de e^{φ} avec $\varphi : I \to \mathbb{C}$ dérivable.

Calculs de primitives et d'intégrales

- Rappel : propriétés de base de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance, Chasles.
- Définition d'une primitive, description de l'ensemble des primitives sur un intervalle lorsqu'il en existe une. Théorème fondamental de l'analyse (si f continue sur un intervalle I et $a \in I$ alors$x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est une primitive de f sur I). Calcul d'une intégrale à l'aide d'une primitive.
- Outils de calcul : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable.
- Intégrale sur $[-a, a]$ d'une fonction paire, d'une fonction impaire ; sur $[a+T, b+T]$ et sur $[a, a+T]$ d'une fonction T-périodique.
- Savoir calculer des intégrales de la forme :
  $\int e^{ax} \cos(bx)\,\mathrm{d}x$ ou $\int e^{ax} \sin(bx)\,\mathrm{d}x$;
  $\int P(x)e^{ax}\,\mathrm{d}x$ ou $\int P(x)\cos(ax)\,\mathrm{d}x$ ou $\int P(x)\sin(ax)\,\mathrm{d}x$ avec P polynôme ;
  $\int \frac{1}{(x-a)^n}\,\mathrm{d}x$; $\int \frac{1}{x^2+a^2}\,\mathrm{d}x$; $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x-a)(x-b)}$ avec $a \neq b$; $\int \frac{\mathrm{d}x}{ax^2+bx+c}$ avec $\Delta < 0$.

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Preuve de l'inégalité triangulaire de droite (sans le cas d'égalité).
- Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \,]0, 2\pi[$, $C_n = \sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$.
- Résoudre $(z+1)^4 = z^4$ à l'aide des racines $n$ièmes de l'unité.
- Changement de variable.

Semaine suivante de colle : Fin des nombres complexes, primitives, équations différentielles.