Programme de la semaine 4 (du 07/10 au 12/10).

Méthodes de base en analyse

Reprise en insistant sur la fin :

- Fonctions trigonométriques : propriétés de base, valeurs d'annulation, conditions d'égalités ($\cos(x) = \cos(y)$, etc), relations élémentaires ($\cos(\pi - x) =$, etc), valeurs particulières, dérivées et graphes. Formules trigonométriques : addition, duplication. Les formules de transformation de produit en somme et de somme en produit sont à savoir retrouver, les formules avec $\tan \frac{\theta}{2}$ ne sont pas au programme.

Logique, méthodes de raisonnement, calculs algébriques

- Quelques éléments de logique : propositions mathématiques, conjonction, disjonction, négation, implication, équivalence.
- Quantificateurs $\forall$ et $\exists$, négation d'une proposition comportant des quantificateurs.
- Raisonnements par l'absurde, par double implication, par contraposée, preuve d'une unicité, raisonnements par analyse-synthèse, récurrences simples, doubles, fortes.
- Définition de $n!$ et des coefficients binomiaux, propriétés de base.
- Manipulation du symbole $\sum$, en particulier changement d'indice et sommes télescopiques. Premières sommes à connaître : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$.
- Formule du binôme et factorisation de $a^n - b^n$.
- Sommes doubles : $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq n \text{ et } 1\leq j\leq p}$, $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq j\leq n}$, $\displaystyle\sum_{1\leq i<j\leq n}$.
- Produits : quelques règles de manipulation de $\prod$, analogues à celle de $\sum$.

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours ;

— $\boxed{\text{une formule trigo}}$;

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Pour $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, en posant $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, retrouver les formules (qui ne sont pas à connaître par coeur) : $\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ et $\sin x = \dfrac{2t}{1+t^2}$.
- Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ s'écrit de façon unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
- Formule du binôme : démontrer uniquement l'hérédité, autrement dit, pour $n \in \mathbb{N}^*$ fixé, et a et b fixés :
  sachant que $(a+b)^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, montrer que $(a+b)^{n+1} = \displaystyle\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} a^{n+1-k} b^k$.

Semaine suivante : Raisonnements, calculs algébriques, nouvelles fonctions usuelles.