Programme de la semaine 9 (du 30/11 au 06/12).

Equations différentielles linéaires

- Pour les EDL1 et les EDL2 à coefficients constants :
  Structure de l'ensemble des solutions : solution particulière + solution générale de l'équation homogène associée. Principe de superposition des solutions.
- Ordre 1 : Résolution de l'équation homogène $y' + a(x)y = 0$. Méthode pour trouver une solution particulière : "solution évidente" ou méthode de variation de la constante. Existence et unicité d'une solution à un problème de Cauchy, interprétation en termes de courbes intégrales.
- Ordre 2 : Résolution de l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$, dans le cas complexe et dans le cas $\mathbb{R}$. Équation $ay'' + by' + cy = f(x)$: les élèves doivent savoir trouver une solution particulière lorsque f est un polynôme, lorsque $f(x) = Ae^{\alpha x}$, lorsque $f(x) = A\cos(\omega x)$ ou $A\sin(\omega x)$ (en passant par partie réelle ou imaginaire).

Arithmétique, ensemble $\mathbb{R}$

- Divisibilité dans $\mathbb{Z}$. Division euclidienne dans $\mathbb{N}^*$. Nombres premiers : définition, décomposition en facteurs premiers, infinité des nombres premiers. PGCD, PPCM, algorithme d'Euclide.
- Majorants, minorants, max, min, borne sup, borne inf pour une partie de $\mathbb{R}$, existence (NE PAS POSER D'EXERCICE SUR LES BORNES SUP ET INF).
- Partie entière (notation $\lfloor x \rfloor$), valeurs approchées décimales à 10^{-n} près par excès et par défaut.

Questions de cours

Demander :

— une définition ou un énoncé du cours, par exemple :

- Définition d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 (normalisée).
- Définition d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.
- Théorème de structure de l'ensemble des solutions (pour l'un des deux types d'ED au programme), lorsqu'on connaît une solution particulière.
- Principe de superposition des solutions.
- Théorème donnant l'ensemble des solutions d'une EDL1 homogène.
- Théorème sur les problèmes de Cauchy pour les EDL1 normalisées.
- Théorème donnant l'ensemble des solutions à valeurs complexes d'une EDL2 homogène à coefficients constants.
- Théorème donnant l'ensemble des solutions à valeurs réelles d'une EDL2 homogène à coefficients constants.
- Lemme sur l'obtention d'une solution d'une EDL2 à coefficients constants réels lorsque le second membre peut s'écrire $\mathrm{Re}(f(x))$ ou $\mathrm{Im}(f(x))$.
- Théorème sur les problèmes de Cauchy pour les EDL2 à coefficients constants.
- Définition de la divisibilité dans $\mathbb{Z}$.
- Théorème de la division euclidienne dans $\mathbb{N}^*$.
- Définition d'un nombre premier.
- Définition d'un PGCD, d'un PPCM.
- Définition d'une borne supérieure, théorème dit "propriété de la borne supérieur". Idem avec la borne inférieure.
- Théorème de caractérisation des intervalles.
- Théorème-définition de la partie entière.
- Trois propriétés de la partie entière à connaître.
- Forme des valeurs approchées décimales d'un réel x à 10^{-n} près, pour tout $n \in \mathbb{N}$, encadrement.
- Conséquence (tout réel est limite d'une suite de rationnels).

— et l'une des démonstrations suivantes :

- Ensemble des solutions d'une équation de la forme $y'(x) + a(x)y(x) = 0$, avec $a : I \to \mathbb{K}$ continue sur I intervalle.
- Unicité dans la division euclidienne de $a \in \mathbb{N}$ par $b \in \mathbb{N}^*$.
- Il y a une infinité de nombres premiers.

Semaine suivante : Arithmétique et ensemble $\mathbb{R}$, début des suites.