
Programme de la semaine 5 (du 02/11 au 08/11).

Logique, méthodes de raisonnement, calcul algébrique

- Récurrences simples, doubles, fortes.
- Définition de $n!$ et des coefficients binomiaux, propriétés de base.
- Manipulation du symbole $\sum$, en particulier changement d'indice et sommes télescopiques. Premières sommes à connaître : $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Formule du binôme et factorisation de $a^n - b^n$.
- Sommes doubles : $\sum_{1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq j \leq p}$, $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n}$, $\sum_{1 \leq i < j \leq n}$.
- Produits : quelques règles de manipulation de $\prod$, analogues à celle de $\sum$.

Nouvelles fonctions usuelles

- Fonctions ch et sh.
- Rappel du théorème de la bijection. Théorème de la dérivée de la réciproque.
- Définition de Arcsin, Arccos, Arctan ; continuité, variations, courbes, dérivabilité, dérivée, Arcsin et Arctan sont impaires. La formule pour $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(\frac{1}{x})$ est à savoir retrouver.

Complexes (pas fini)

- Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes (construction non donnée), forme algébrique.
- Conjugué, module (en particulier, inégalité triangulaire avec condition d'égalité).
- Ensemble $\mathbb{U}$, définition de $e^{i\theta}$ pour $\theta \in \mathbb{R}$, propriétés et applications. Technique de l'angle moitié.
- Forme trigonométrique d'un complexe non nul, argument.

Pas encore au programme : racines carrées, équations de degré 2, racines n -ième, définition de e^z pour $z \in \mathbb{C}$, géométrie et nombres complexes, fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes.

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
 - Formule du binôme : démontrer uniquement l'hérédité, i.e., pour $n \in \mathbb{N}^*$ fixé, et a et b réels : sachant que $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, montrer que $(a+b)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} a^{n+1-k} b^k$.
 - Dérivabilité et dérivée de Arcsin.
 - Formule de $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(\frac{1}{x})$.
 - Preuve de l'inégalité triangulaire de droite (sans le cas d'égalité).

Semaine suivante : Nouvelles fonctions usuelles, complexes.