
Programme de la semaine 3 (du 28/09 au 04/10).

Méthodes de base en analyse

- Manipulation des inégalités dans $\mathbb{R}$, valeur absolue.
- Notions de parties majorées/minorées de $\mathbb{R}$, majorants, minorants, maximum et minimum.
- Graphe d'une fonction définie sur une partie D de $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Parité et imparité, périodicité, asymptotes horizontales et verticales. Graphe de $x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x + a)$, $x \mapsto f(a - x)$ sur des exemples. Monotonie et stricte monotonie, fonctions majorées/minorées, opérations usuelles sur les fonctions, bijectivité (*on ne parle pas encore d'injectivité ni de surjectivité*), réciproque.
- Définition de la continuité, de la dérivabilité, lien. Dérivation et opérations usuelles. Définition des dérivées successives. Application aux variations d'une fonction.
- Théorème de la bijection.
- Fonction $\ln$, $\exp$, fonctions puissances (forme exponentielle) : définitions, propriétés, graphes. Croissances comparées.
- Fonctions trigonométriques : propriétés de base, valeurs d'annulation, conditions d'égalités ($\cos(x) = \cos(y)$, etc), relations élémentaires ($\cos(\pi - x) = -\cos(x)$, etc), valeurs particulières. Formules trigo : addition, duplication uniquement (celles officiellement au programme de PTSI).

Logique, méthodes de raisonnement (pas fini)

- Quelques éléments de logique : propositions mathématiques, conjonction, disjonction, négation, implication, équivalence.
- Quantificateurs $\forall$ et $\exists$, négation d'une proposition comportant des quantificateurs.
- Raisonnements par l'absurde, par double implication, par contraposée, preuve d'une unicité, raisonnements par analyse-synthèse.

Pas encore au programme : récurrences, coefficients binomiaux, sommes et produits

Questions de cours

Demander :

- une définition ou un énoncé du cours ;
- une formule trigo parmi celles qui sont "à connaître par cœur" et une relation de la partie 3c du ch 1B ;
- et l'une des démonstrations suivantes :
 - Preuve de la propriété fondamentale de $\ln$: $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ pour $a > 0$ et $b > 0$.
 - Pour $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$, en posant $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, retrouver les formules (qui ne sont pas à connaître par cœur) : $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ et $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$.
 - Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Montrer qu'il existe un unique couple de fonctions (f, g) tel que $f = g + h$, g paire et h impaire.

Semaine suivante : Méthodes de base en analyse, logique, raisonnements, calculs algébriques.