Devoir maison 5.

À rendre le lundi 23 novembre 2026

Exercice 1

Calculer :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x)^4 (\sin x)^2 \, \mathrm{d}x.$$

Exercice 2

On pose, pour tous réels a et b,

$$I(a,b) = \int_a^b \frac{x^2-1}{(x^2+1)\sqrt{x^4+1}} \, \mathrm{d}x.$$

1°) Montrer que pour tous réels a et b, $I(a,b) = I(-b,-a)$.

2°) Soient a et b des réels de même signe, non nuls. Montrer que $I\left(\frac{1}{a},\frac{1}{b}\right) = I(a,b)$.

3°) En déduire que pour tout $a \in \mathbb{R}^*$, $I\left(a,\frac{1}{a}\right) = 0$.