
Devoir maison 2.

À rendre le jeudi 24 septembre 2026

Exercice

Soit $\mathcal{C}$ la courbe de la fonction $\exp$ et Γ la courbe de la fonction $\ln$ dans un repère orthonormé du plan.

On cherche les tangentes communes à $\mathcal{C}$ et Γ .

1°) Soit $a \in \mathbb{R}$. On note T_a la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse a .

Soit $b > 0$. On note D_b la tangente à Γ au point d'abscisse b .

a) Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que T_a et D_b soient parallèles.

On exprimera b en fonction de a .

b) On suppose cette condition vérifiée.

Montrer que T_a et D_b sont confondues si et seulement si $a \neq -1$ et $f(a) = 1$,

où $f : x \mapsto \frac{x-1}{x+1}e^x$.

2°) **Étude de l'équation** $f(x) = 1$

a) Étudier les variations de f sur son domaine de définition. On précisera les limites aux bornes du domaine de définition.

b) Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution ℓ sur $] -1, +\infty[$.

c) Justifier que $1 < \ell < 2$.

d) Pour $x \in \mathbb{R}$ tel que $x \neq -1$ et $x \neq 1$, exprimer $f(-x)$ en fonction de $f(x)$.

e) En déduire que $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $] -\infty, -1[$ et l'exprimer en fonction de ℓ .

f) En déduire les tangentes communes à $\mathcal{C}$ et Γ et donner leurs équations en fonction de ℓ .